MATEMÁTICAS

(Responder só a unha das opcións de cada bloque temático).

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$, calcula os rangos de AA^t e de A^tA, sendo A^t a matriz transposta de A. Para o valor $a = 1$, resolve a ecuación matricial $AA^tX = B$, sendo $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

b) Sexa M unha matriz cadrada de orde 3 con det(M) = -1 e que ademais verifica $M^3 + M + I = 0$, sendo I a matriz unidade de orde 3. Calcula os determinantes das matrices: $M + I$ e $3M + 3I$.

Opción 2. a) Resolve, se é posible, o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & - & z & = & 5 \\ 2x & + & y & - & 2z & = & 2 \end{array}$$

b) Calcula o valor de m, para que ao engadir ao sistema anterior a ecuación:

$$x + 2y - z = m$$

resulte un sistema compatible indeterminado.

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. Sexa r a recta que pasa polos puntos P(0,8,3) e Q(2,8,5) e s a recta

$$s: \begin{cases} x - y + 7 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$$

a) Estuda a posición relativa de r e s Se se cortan, calcula o punto de corte.
b) Calcula a ecuación da recta que pasa por P e é perpendicular ao plano que contén a r e s.

Opción 2. Sexan π o plano que pasa polos puntos A(1,-1,1), B(2,3,2), C(3,1,0) e r a recta dada por

$$r: \frac{x-7}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+3}{2}$$

a) Calcula o ángulo que forman a recta r e o plano π. Calcula o punto de intersección de r e π.
b) Calcula os puntos da recta r que distan 6 unidades do plano π.

BLOQUE 3 (ANÁLISE) *(Puntuación máxima 4 puntos)*

Opción 1. a) Define función continua nun punto. ¿Qué tipo de descontinuidade presenta a función $f(x) = \dfrac{\ln(1+x^2)}{x}$ en $x = 0$?

b) Calcula os intervalos de crecemento e decrecemento, os extremos relativos e os puntos de inflexión da función $g(x) = 2x^3 - 3x^2$.

c) Calcula a área do recinto limitado pola gráfica de $g(x) = 2x^3 - 3x^2$ e a recta $y = 2x$.

Opción 2. a) Enuncia e interpreta xeometricamente o teorema do valor medio do cálculo diferencial.

b) Calcula un punto da gráfica da función $g(x) = \dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$ no que a recta tanxente sexa paralela ao eixo OX; escribe a ecuación desa recta tanxente. Calcula as asíntotas, se as ten, de $g(x)$.

c) Calcula: $\displaystyle\int_0^{\ln 5} \frac{e^x}{(1+e^x)^2}dx$; (Nota: ln = logaritmo neperiano)

MATEMÁTICAS

(Responder só a unha das opcións de cada bloque temático).

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Estuda, segundo os valores de m o rango da matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & m & m+2 \\ m & 8 & 12 \end{pmatrix}$.

b) Resolve a ecuación matricial $A^2X = B$, sendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Opción 2. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & + & z & = & 0 \\ 2x & - & y & - & z & = & 0 \\ x & - & 2y & + & 4z & = & m \end{array}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso $m = 0$.

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. Dados os planos $\pi_1 : x + y + z - 1 = 0$; $\pi_2 : y - z + 2 = 0$; e a recta $r : \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$

a) Calcula o ángulo que forman π_1 e π_2. Calcula o ángulo que forman π_1 e r.

b) Estuda a posición relativa da recta r e a recta intersección dos planos π_1 e π_2.

Opción 2. a) Calcula a ecuación da recta que pasa polo punto P(2,3,5) e é perpendicular ao plano

$$\pi : \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 2 + 2\lambda + \mu \\ z = 2 + 3\lambda + \mu \end{cases}$$

a) Calcula a distancia do punto P(2,3,5) ao plano π. Calcula o punto de π que está máis próximo ao punto P(2,3,5).

BLOQUE 3 (ANÁLISE) *(Puntuación máxima 4 puntos)*

Opción 1. a) Enuncia e interpreta xeometricamente o teorema de Bolzano. Dada a función $f(x) = e^x + 3x\ln(1 + x^2)$, xustifica se podemos asegurar que a súa gráfica corta ao eixo OX nalgún punto do intervalo [-1, 0].

b) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = \begin{cases} ax + b & se \quad x \le 0 \\ sen(2x) + 1 & se \quad x > 0 \end{cases}$ sexa continua e derivable en $x = 0$.

c) Calcula a área do recinto limitado polo eixo OX e a parábola $y = \dfrac{x^2}{4} - x$.

Opción 2. a) Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x) = (1 + x^2)e^{-x}$ no punto de abscisa $x = 0$.

b) Calcula o dominio, as asíntotas, os intervalos de crecemento e decrecemento e os extremos relativos da función $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$.

c) Enuncia e interpreta xeometricamente o teorema do valor medio do cálculo integral.