MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Exercicio 1. Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$

Calcula os valores dos números reais x, y, z, para que se verifique a seguinte igualdade entre matrices

$$x \cdot A^{-1} \cdot B = E + y \cdot C + z \cdot D$$

Exercicio 2. Unha compañía química deseña dous posibles tipos de cámaras de reacción que incluirán nunha planta para producir dous tipos de polímeros P_1 e P_2. A planta debe ter unha capacidade de produción de, polo menos 100 unidades de P_1 e polo menos 420 unidades de P_2 cada día. Cada cámara de tipo A custa 600.000 euros e é capaz de producir 10 unidades de P_1 e 20 unidades de P_2 por día; a cámara de tipo B é un deseño máis económico, custa 300.000 euros e é capaz de producir 4 unidades de P_1 e 30 unidades de P_2 por día. Debido ao proceso de deseño, é necesario ter polo menos 4 cámaras de cada tipo na planta. ¿Cantas cámaras de cada tipo deben incluirse para minimizar o custo e aínda así satisfacer o programa de produción requerido? Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Para un programa de axuda estímase que o número de beneficiarios n (en miles) durante os próximos t anos, axustarase á función $n(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 18t, \quad 0 \leq t \leq 9$.

(*a*) Representa a gráfica da función, estudando intervalos de crecemento e de decrecemento, máximos e mínimos (absolutos e relativos) e punto de inflexión. ¿En que ano será máximo o número de beneficiarios?, ¿cal é dito número?
(*b*) Un segundo programa para o mesmo tipo de axuda, estima que para os próximos t anos, o número de beneficiarios (en miles) será $m(t) = \frac{9}{2}t, \quad 0 \leq t \leq 9$. ¿Nalgún ano o número de beneficiarios será o mesmo con ámbolos programas? ¿En que intervalo de tempo o primeiro programa beneficiará a máis persoas que o segundo?

Exercicio 2. Un modelo para os custos de almacenamento e envío de materiais para un proceso de manufactura, ven dado pola función $C(x) = 100\left(100 + 9x + \frac{144}{x}\right), \quad 1 \leq x \leq 100$, sendo $C(x)$ o custo total (en euros) de almacenamento e transporte e x a carga (en toneladas) de material.

(*a*) Calcula o custo total para unha carga dunha tonelada e para unha carga de 100 toneladas de material. (*b*) ¿Qué cantidade x de toneladas de material producen un custo total mínimo? Xustifica a resposta e calcula dito custo mínimo.
(*c*) Se deciden non admitir custos de almacenamento e envío superiores ou iguales a 75000 euros, ¿ata que carga de material poderían mover?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. A táboa seguinte mostra o número de defuncións por grupo de idade e sexo nunha mostra de 500 falecementos de certa rexión

	GRUPO DE IDADE (anos)			
	0 – 10 (*D*)	11 – 30 (*T*)	30 – 50 (*C*)	*Maior de* 50 (*V*)
Homes (*H*)	200	20	25	60
Mulleres (*M*)	120	15	20	40

(*a*) Describe cada un dos seguintes sucesos e calcula as súas probabilidades: *i*) $H \cup T$, *ii*) $M \cap (T \cup V)$, *iii*) $\overline{T} \cap \overline{H}$

(*b*) Calcula a porcentaxe de falecementos con respecto ao sexo. (*c*) No rango de idade de máis de 50 anos, ¿cal é a porcentaxe de homes falecidos?, ¿é maior ou menor que a de mulleres nese mesmo rango de idade?

Exercicio 2. (*a*) A renda anual por familia para os residentes dun gran barrio, segue unha distribución $N(\mu, \sigma)$, sendo a renda media anual por familia, μ, 20000 euros. Coñecemos que, de 100 familias seleccionadas ao chou dese barrio, 67 teñen renda anual inferior a 20660 euros. ¿Cal é entón o valor da desviación típica σ?

(*b*) Se a renda anual por familia segue unha distribución $N(20000, 1500)$, calcula a porcentaxe de mostras de 36 familias cuxa renda media anual supere os 19500 euros.

(*c*) ¿Que número de familias teríamos que seleccionar, como mínimo, para garantir, có 99% de confianza, unha estimación da renda media anual por familia para todo o barrio, cun erro non superior a 300 euros?

PAAU (LOXSE) Código: 61

SETEMBRO 2009

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Considera as matrices A, B, C e D seguintes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2x \\ 4 \\ y \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}$$

(*a*) Calcula a inversa da matriz A. (*b*) Calcula a matriz $C \cdot D - B$. ¿Cal é a súa orde?

(*c*) Determina os valores de x, y, z que satisfan a identidade $A^{-1} \cdot B = C \cdot D - B$

Exercicio 2. Un oleiro elabora dous tipos de pezas: porróns e olas, en cantidades reducidas. Sabe que non pode producir máis de 8 pezas diarias nin tampouco máis de 4 olas diarias. Tamén, por motivos de produción, desexa que o número de porróns non supere ao número de olas en máis de dúas pezas. Se obtén un beneficio de 6 euros por cada porrón e de 4 euros por cada ola, ¿cantas pezas de cada tipo deberá elaborar cada día para obter un beneficio máximo?, ¿cal será este beneficio? Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Un individuo investiu en accións de certa compañía durante os últimos 12 meses. O valor V do seu investimento, en euros, no transcurso de t meses estímase pola función $V(t) = -2t^3 + 9t^2 + 240t + 1200$, sendo $0 \leq t \leq 12$.

(*a*) ¿Canto investiu inicialmente? (*b*) ¿Entre que meses o valor do seu investimento creceu? ¿e entre cales decreceu?

(*c*) O individuo vende as súas accións transcorridos os 12 meses, ¿cal tería sido realmente o mellor momento para facelo? ¿Canto perde por non telas vendido no momento óptimo? (*d*) Utilizando os resultados dos apartados anteriores representa graficamente a función, calculando ademais o punto de inflexión.

Exercicio 2. Unha organización humanitaria planea unha campaña para recadar fondos nunha cidade. Sábese, por experiencias anteriores, que a porcentaxe P de habitantes da cidade que fará un donativo é unha función do número de días t que dure a campaña, estimada por $P(t) = 40\left(1 - e^{-0{,}05t}\right)$, $t \geq 0$.

(*a*) ¿Que porcentaxe de habitantes da cidade fará un donativo despois de 10 días de iniciada a campaña? ¿E despois de 20 días? (*b*) Calcula o ritmo de cambio, $P'(t)$, da porcentaxe de doantes con respecto aos días de campaña transcorridos. ¿É a función $P(t)$ crecente ou decrecente? (*c*) Calcula o $\lim_{t \to +\infty} P(t)$. ¿Supérase nalgún día o 40% de doantes?

(*d*) Se a cidade ten 100000 habitantes e se cada doante contribúe con 2 euros, calcula o total que se terá recadado ao cabo de 20 días.

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Unha empresa quere comercializar unha ferramenta eléctrica para a construción e polo tanto é probada por 3 de cada 5 traballadores do sector. Dos que a probaron, o 70% dá unha opinión favorable, o 5% dá unha opinión desfavorable e o resto opina que lle é indiferente. Dos que non probaron a ferramenta, o 60% dá unha opinión favorable, o 30% opina que lle é indiferente e o resto dá unha opinión desfavorable.
Sábese que a empresa comercializará a ferramenta se ao menos o 65% dos traballadores do sector dá unha opinión favorable.
(*a*) Se un traballador elexido ao chou dá unha opinión desfavorable, ¿cal é a probabilidade de que probara a ferramenta?
(*b*) ¿Que porcentaxe de traballadores dá unha opinión favorable? ¿Comercializará a empresa a ferramenta? Razoa a resposta. (*c*) Calcula a porcentaxe de traballadores que proba a ferramenta e opina que lle é indiferente.

Exercicio 2. Un deseñador industrial desexa estimar o tempo medio que tarda un adulto en ensamblar un certo tipo de xoguete. Por experiencias previas coñece que a variable tempo de ensamblaxe segue unha distribución normal, con media μ e desviación típica $\sigma = 5$ minutos.

(*a*) Seleccionada ao chou unha mostra de 64 adultos a súa media resultou ser de 20 minutos. ¿Entre que valores se atopa o tempo medio real de ensamblaxe, cunha confianza do 95%? (*b*) Supoñamos que $\mu = 20$ minutos. Por razóns comerciais decide que cambiará o modelo de xoguete se o tempo medio de ensamblaxe, en mostras de 64 adultos, é superior a 21 minutos, ¿con que probabilidade tomará esa decisión? (*c*) Calcula cantos adultos deberá seleccionar, como mínimo, para garantir, cun 95% de confianza, unha estimación de dito tempo medio cun erro máximo non superior a un minuto.