

**MATEMÁTICAS**

(Responder só a unha das opcións de cada bloque temático).

**BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL)** (Puntuación máxima 3 puntos)

**Opción 1.** Dada a matriz  $A = \begin{pmatrix} -2 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcula os valores de  $m$  para os que  $A$  ten inversa.  
 b) Para  $m=1$ , calcula a matriz  $X$  que verifica:  $X \cdot A + X - 2A = 0$ .

**Opción 2.** a) Discute, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = m \\ x - 2y + z = 2 \\ 3x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

- b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso  $m = -1$ .

**BLOQUE 2 (XEOMETRÍA)** (Puntuación máxima 3 puntos)

**Opción 1.** a) Sexan  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  dous vectores tales que  $|\vec{u}| = 3$ ,  $|\vec{v}| = 4$ ,  $|\vec{u} - \vec{v}| = 5$ . Calcula o ángulo que forman os vectores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ . Calcula o produto mixto  $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \times \vec{v}]$ , sendo  $\vec{u} \times \vec{v}$  o produto vectorial de  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .

b) Dadas as rectas  $r: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$ ;  $s: \begin{cases} x = 1 + 6\lambda \\ y = 4\lambda \\ z = -4\lambda \end{cases}$

estuda a súa posición relativa e calcula a ecuación do plano que pasa polo punto  $P(1,1,1)$  e contén a  $r$ .

**Opción 2.** a) ¿Son coplanarios os puntos  $A(1,0,0)$ ,  $B(3,1,0)$ ,  $C(1,1,1)$  e  $D(3,0,-1)$ ? En caso afirmativo, calcula a distancia da orixe de coordenadas ao plano que os contén.

- b) Calcula o punto simétrico do punto  $P(0,0,1)$  respecto do plano  $\pi: x - 2y + 2z - 1 = 0$ .

**BLOQUE 3 (ANÁLISE)** (Puntuación máxima 4 puntos)

**Opción 1.** a) Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

b) Calcula os valores de  $a$  e  $b$  para que a función  $f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{se } x < -1 \\ x^2 - 4x & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$  sexa continua e derivable en  $x = -1$ .

- c) Calcula a área do recinto limitado polas parábolas  $y = x^2 - 4x$ ;  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ .

**Opción 2.** a) Enunciado do teorema de Weierstrass. Se unha función  $f(x)$  é continua en  $[a,b]$  e é estritamente decrecente nese intervalo, ¿onde alcanza a función o máximo e o mínimo absoluto?

b) Calcula o valor de  $m$  para que:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{mx^2 - 1 + \cos x}{\text{sen}(x^2)} = 0$

c) Calcula  $\int \frac{x+5}{x^2+4x+3} dx$ .

**MATEMÁTICAS**

(Responder só a unha das opcións de cada bloque temático).

**BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL)** (Puntuación máxima 3 puntos)

**Opción 1.** a) Estuda, segundo os valores de  $m$ , o rango da matriz  $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -m \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & -m & m \end{pmatrix}$

b) Para o valor  $m = 1$ , resolve a ecuación matricial  $MX = 3A^t$ , sendo  $A = (1 \ 0 \ 1)$  e  $A^t =$  matriz transposta de  $A$ . Para este valor de  $m$ , ¿canto valerá o determinante da matriz  $2M^{21}$ ?

**Opción 2.** a) Discute, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{cases} 3x - y - 3z = m \\ x + y - z = 1 \\ mx + 3y + 2z = 3 \end{cases}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso  $m = 0$ .

**BLOQUE 2 (XEOMETRÍA)** (Puntuación máxima 3 puntos)

**Opción 1.** a) Calcula a distancia da orixe de coordenadas ao plano que pasa polo punto  $P(1,1,2)$  e é perpendicular á recta  $r: \begin{cases} 4x + y - z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

b) Calcula a área do triángulo que ten por vértices os puntos de intersección do plano  $\pi: x - 2y + 2z - 3 = 0$  cos eixos de coordenadas. ¿É un triángulo rectángulo?

**Opción 2.** a) Dados os planos  $\pi_1: x - 2y + 2z - 1 = 0$ ;  $\pi_2: \begin{cases} x = 3 + 2\lambda + 2\mu \\ y = 2\lambda - 2\mu \\ z = 1 + \lambda - 3\mu \end{cases}$

estuda a súa posición relativa e calcula a distancia entre eles.

b) Dado o punto  $P(2,1,7)$ , calcula o seu simétrico respecto ao plano  $\pi_2$ .

**BLOQUE 3 (ANÁLISE)** (Puntuación máxima 4 puntos)

**Opción 1.** a) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema de Rolle.

b) Sexa  $f(x) = e^x(2x - 1)$ . Calcula os intervalos de crecemento e decrecemento e a ecuación da recta tanxente á gráfica de  $f(x)$  no punto de abscisa  $x = 0$ .

c) Calcula:  $\int_0^1 e^x(2x - 1) dx$

**Opción 2.** a) Calcula  $a, b, c$ , para que  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{se } x \leq 0 \\ x + \ln(1 + x^2) & \text{se } x > 0 \end{cases}$

sexa continua e derivable en  $\mathbb{R}$  e teña un extremo relativo en  $x = -2$ . (Nota:  $\ln =$  logaritmo neperiano)

b) Sexa  $g(x) = x(x - 1)$ ,  $0 \leq x \leq 2$ . Razona se  $g(x)$  ten máximo e mínimo absolutos no intervalo  $[0,2]$ . En caso afirmativo, calcúlaos.

c) Definición de primitiva dunha función. Enunciado da regra de Barrow.