MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Exercicio 1. Un autobús transporta en certa viaxe 60 viaxeiros de tres tipos: viaxeiros que pagan o billete enteiro que custa 1 €; estudantes que teñen un 25% de desconto e xubilados cun desconto do 50% do prezo do billete. A recadación do autobús nesta viaxe foi de 48 euros. Calcular o número de viaxeiros de cada clase sabendo que o número de estudantes era o dobre que o número do resto de viaxeiros.

Exercicio 2. Un proxecto de xardinaría pode levarse a cabo por dous grupos diferentes dunha mesma empresa: G_1 e G_2. Trátase de axardinar tres zonas: A, B e C. Na seguinte táboa recóllese o número de unidades que pode axardinar cada grupo en cada zona durante unha semana:

	Zona A	*Zona B*	*Zona C*
Grupo G_1	4	10	7
Grupo G_2	10	5	7

Necesítase axardinar un mínimo de 40 unidades na zona A, 50 unidades na zona B e 49 unidades na zona C, estimándose o custo semanal en 3300 euros para o grupo G_1 e en 4000 euros para o grupo G_2.
¿Cantas semanas deberá traballar cada grupo para finalizar o proxecto co mínimo custo? Expresar a función obxectivo e as restricións do problema. Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Supoñamos que o valor V, en euros, dun produto diminúe ou se deprecia co tempo t, en meses, onde

$$V(t) = 50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2},\quad t \geq 0$$

(*a*) Calcular o valor inicial do produto, $V(0)$. ¿A partir de que mes o valor do produto é inferior a 34 euros?

(*b*) Determinar a velocidade de depreciación do produto, é dicir, $V'(t)$.

(*c*) Achar o $\lim_{t\to+\infty} V(t)$. ¿Hai algún valor por debaixo do cal nunca caerá V? Xustificar a resposta.

Exercicio 2. O número de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun día, vén expresado pola función

$$N(t) = \begin{cases} 1680 + 20t & \text{se } 0 \leq t < 8 \\ -10t^2 + 260t + 400 & \text{se } 8 \leq t < 16 \\ -10t^2 + 360t - 1200 & \text{se } 16 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

(*a*) ¿A que hora do día presenta o aparcamento unha ocupación máxima?, ¿cantos coches hai a esa hora?

(*b*) ¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nun mercado de valores cotizan un total de 60 empresas, das que 15 son do sector bancario, 35 son industriais e 10 son do sector tecnolóxico. A probabilidade de que un banco dos que cotizan no mercado se declare en creba é 0,01, a probabilidade de que se declare en creba unha empresa industrial é 0,02 e de que o faga unha empresa tecnolóxica é 0,1.

(*a*) ¿Cal é a probabilidade de que se produza unha creba nunha empresa do citado mercado de valores?

(*b*) Téndose producido unha creba, ¿cal é a probabilidade de que se trate dunha empresa tecnolóxica?

Exercicio 2. Nunha determinada poboación sábese que o valor da taxa diaria de consumo de calorías segue unha distribución normal con desviación típica σ =400 calorías.

(*a*) Se a media poboacional é μ =1600 calorías e se elixe ao chou unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, determinar a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías.

(*b*) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que "o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías", ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Considerar a ecuación matricial $X + X \cdot A + B^t = 2C$, onde as matrices A, B e C veñen dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

e onde B^t denota a matriz trasposta de B.

(*a*) Despexar a matriz X na ecuación matricial, ¿que orde ten?

(*b*) Calcular a matriz $2C - B^t$ e a inversa da matriz $I + A$, sendo I a matriz identidade de orde 3.

(*c*) Resolver a ecuación matricial obtendo o valor da matriz X.

Exercicio 2. Un fabricante produce dous modelos diferentes M_1 e M_2 dun mesmo artigo e sabe que pode vender tantos como produza. O modelo M_1 require diariamente 25 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 68 minutos de rematado, xerando un beneficio de 30 euros por modelo. O modelo M_2 precisa diariamente 75 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 34 minutos de rematado, xerando un beneficio de 40 euros por modelo. Cada día disponse dun máximo de 450 minutos de corte, 480 minutos de ensamblaxe e 476 minutos de rematado.

(*a*) Formular o sistema de inecuacións asociado ao enunciado. (b) Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices. (c) ¿Cantos artigos de cada modelo debe fabricar diariamente para maximizar o beneficio? ¿a canto ascende o devandito beneficio?

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. A distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que saíu a faenar durante un período de 10 días e o seu porto base vén dada pola función:

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2, & 0 \leq t \leq 5 \\ 4\,(10 - t), & 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido (en días) dende a súa saída do porto base.

(a) ¿Despois de cantos días é máxima a distancia do pesqueiro ao seu porto base?, ¿a cantas millas se atopaba?

(*b*) ¿Durante que períodos aumentaba a distancia ao seu porto base? ¿en que períodos diminuía?

(*c*) ¿A partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base?

Exercicio 2. Unha institución de beneficencia estatal quere determinar cantos analistas debe contratar para o procesamento de solicitudes da seguridade social. Estímase que o custo (en euros) $C(x)$ de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas x dada por: $C(x) = 0,003x^2 - 0,216 \ln x + 5$, sendo $x > 0$ (ln = logaritmo neperiano).

(*a*) Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude $C(x)$, determinar o número de analistas que deberían contratarse.

(*b*) ¿Cal é o custo mínimo que se espera para procesar unha solicitude?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nunha determinada poboación, o 40% dos seus habitantes son inmigrantes dos que o 65% traballa no campo, mentres que só o 20% da poboación non inmigrante traballa no campo.

(*a*) ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo?

(*b*) ¿Que porcentaxe dos que non traballan no campo son inmigrantes?

(*c*) ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo ou non é inmigrante?

Exercicio 2. Sábese que o tempo de reacción fronte a certo estímulo dos individuos dun grupo a estudo segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 0'1$ segundos.

(*a*) Para unha mostra de 36 individuos dese grupo obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo.

(*b*) Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de $0'02$ segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?