MATEMÁTICAS

(Responder só a unha das opcións de cada bloque temático).

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Sexan F_1, F_2, F_3 as filas primeira, segunda e terceira, respectivamente, dunha matriz cadrada M de orde 3, con $\det(M) = -2$. Calcula o valor do determinante da matriz que ten por filas $F_1 - F_2, 2F_1, F_2 + F_3$.

b) Dada a matriz $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, acha dúas matrices X e Y que verifican:

$$X + Y^{-1} = C$$
$$X - Y^{-1} = C^t$$

sendo C^t a matriz trasposta de C.

Opción 2. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{array}{rcrcrcl} mx & + & y & + & z & = & 0 \\ x & - & my & - & z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & z & = & 0 \end{array}$$

b) Resólveo, se é posible, no caso $m = 2$.

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Os puntos $A(1,1,0)$, $B(0,1,1)$ e $C(-1,0,1)$ son vértices consecutivos dun paralelogramo $ABCD$. Calcula as coordenadas do vértice D e a área do paralelogramo.

b) Calcula a ecuación do plano que pasa polo punto $B(0,1,1)$ e é perpendicular á recta que pasa polos puntos $A(1,1,0)$ e $C(-1,0,1)$.

Opción 2. Dadas as rectas $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$; $s: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+2}{2}$

a) Estuda a súa posición relativa.

b) Calcula a ecuación do plano que contén as dúas rectas.

BLOQUE 3 (ANÁLISE) *(Puntuación máxima 4 puntos)*

Opción 1. a) Dada a función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & se \quad x < 2 \\ e^{2-x} + 2 & se \quad x \geq 2 \end{cases}$

calcula a para que $f(x)$ sexa continua en $x = 2$. Para o valor obtido de a, ¿é $f(x)$ derivable en $x = 2$?

b) Dada $g(x) = ax^4 + bx + c$, calcula os valores de a, b, c para que $g(x)$ teña no punto (1, -1) un mínimo relativo e a recta tanxente á gráfica de $g(x)$, en x = 0 , sexa paralela á recta $y = 4x$.

c) Enunciado do teorema fundamental do cálculo integral. Dada a función $F(x) = \int_0^x e^{-t^2}\, dt$, ¿ten $F(x)$ puntos de inflexión? Xustifica a resposta.

Opción 2. a) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema de Rolle.

b) Dada $f(x) = x^3 - 9x$, calcula para $f(x)$: puntos de corte cos eixes, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, intervalos de concavidade e convexidade e puntos de inflexión.

c) Calcula a área da rexión do plano limitada polo eixe OX e a curva $y = x^3 - 9x$.

MATEMÁTICAS

(Responder só a unha das opcións de cada bloque temático).

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m \\ 0 & -1 & m+1 \end{pmatrix}$

a) Estuda, segundo os valores de m, o rango de A

b) Para $m = -1$, calcula a matriz X que verifica $X \cdot A + A = 2I$, sendo I a matriz unidade de orde 3.

Opción 2. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & my & + & mz & = & 1 \\ x & + & my & + & mz & = & m \\ & & my & + & mz & = & 4m \end{array}$$

b) Resólveo, se é posible, no caso $m = 1$.

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Calcula m para que os puntos $A(2,1,-2)$, $B(1,1,1)$ e $C(0,1,m)$ estean aliñados.

b) Calcula o punto simétrico do punto $P(-2,0,0)$ respecto da recta que pasa polos puntos $A(2,1,-2)$ e $B(1,1,1)$.

Opción 2. Dadas as rectas $r: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-3}$; $s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$

a) Estuda a súa posición relativa .

b) Calcula a ecuación do plano que contén á recta r e é paralelo á recta s.

BLOQUE 3 (ANÁLISE) *(Puntuación máxima 4 puntos)*

Opción 1. a) Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x\, senx - x}{2x^2 + x^4}$.

b) Calcula os vértices e a área do rectángulo de área máxima que se pode construír de modo que a súa base estea sobre o eixe OX e os vértices do lado oposto estean sobre a parábola $y = -x^2 + 12$.

c) Enunciado do teorema fundamental do cálculo integral. Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $F(x) = \int_0^x \left[2 + cos(t^2)\right] dt$, no punto de abscisa x=0.

Opción 2. a) Enunciado do teorema de Bolzano. ¿Podemos asegurar que a gráfica de $f(x) = x^5 + 2x^4 - 4$ corta ao eixe OX nalgún punto do intervalo (1, 2)?

b) Dada a función $g(x) = \begin{cases} 0 & se \quad x \leq -\sqrt{2} \\ -x^2 + 2 & se \quad x > -\sqrt{2} \end{cases}$

¿É $g(x)$ continua en $x = -\sqrt{2}$?¿É derivable en $x = -\sqrt{2}$?

c) Calcula a área da rexión do plano limitada polas gráficas de $g(x)$ e $h(x) = |x|$.