CiUG

COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAAU (LOXSE) **Código: 21**

XUÑO 2006

MATEMÁTICAS

(Responder soamente a unha das opcións de cada bloque temático).

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula os valores do parámetro m para os que A ten inversa.

b) Para $m = 0$, calcula A^3 e A^{25}.

c) Para $m = 0$, calcula a matriz X que verifica $X \cdot A = B$, sendo $B = (0\ \ -1\ \ -1)$

Opción 2. a) Discute e interpreta xeometricamente, segundo os valores do parámetro m, o sistema

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & - & y & + & z & = & 0 \\ x & - & 2y & + & z & = & m \\ mx & - & y & + & z & = & 0 \end{array}$$

b) Resólveo, se é posible, para os casos $m = 0$ e $m = 2$.

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Definición e interpretación xeométrica do produto vectorial de dous vectores en $\mathbb{R}^3$.

b) Calcula os vectores unitarios e perpendiculares ós vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ e $\vec{v} = (1, 0, 1)$.

c) Calcula a distancia da orixe de coordenadas ó plano determinado polo punto (1,1,1) e os vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ e $\vec{v} = (1, 0, 1)$.

Opción 2. Dado o plano π: $2x + \lambda y + 3 = 0$; e a recta $r: \begin{cases} x + 2y - 2z + 6 = 0 \\ 7x - y - 2z = 0 \end{cases}$

a) Calcula o valor de λ para que a recta r e o plano π sexan paralelos. Para ese valor de λ, calcula a distancia entre r e π.

b) ¿Para algún valor de λ , a recta está contida no plano π? Xustifica a resposta.

c) ¿Para algún valor de λ , a recta e o plano π son perpendiculares? Xustifica a resposta.

BLOQUE 3 (ANÁLISE) *(Puntuación máxima 4 puntos)*

Opción 1. a) Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x) = (x + 1)e^{-x}$ no punto de corte de $f(x)$ co eixo OX.

b) Calcula, para $f(x) = (x + 1)e^{-x}$: intervalos de crecemento e decrecemento, extremos relativos, puntos de inflexión, concavidade e convexidade.

c) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo integral.

Opción 2. a) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial.

b) De entre tódolos triángulos rectángulos con hipotenusa 10cm., calcula as lonxitudes dos catetos que corresponden ó de área máxima

c) Calcula o valor de m, para que a área do recinto limitado pola recta $y = mx$ e a curva $y = x^3$, sexa 2 unidades cadradas.

MATEMÁTICAS

(Responder somente a unha das opcións de cada bloque temático).

<u>BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL)</u> *(Puntuación máxima 3 puntos)*

<u>Opción 1</u>. a) Sexan A, B e C tres matrices tales que o produto $A{\cdot}B{\cdot}C$ é unha matriz 3x2 e o produto $A{\cdot}C^t$ é unha matriz cadrada, sendo C^t a trasposta de C. Calcula, razoando a resposta, as dimensións de A, B e C.

b) Dada $M=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, obtén todas as matrices X que conmutan con M, é dicir, verifican $X.M = M.X$.

c) Calcula a matriz Y que verifica $M{\cdot}Y + M^{-1}{\cdot}Y = I$, sendo a matriz dada en b), M^{-1} a matriz inversa de M e I a matriz unidade de orde 2.

<u>Opción 2</u>. a) Se nun sistema de tres ecuacións lineais con tres incógnitas, o rango da matriz dos coeficientes é 3, ¿podemos afirmar que o sistema é compatible? Razoa a resposta.

b) Discute, segundo os valores do parámetro m, o sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{array}{rcrcrcl} & & y & + & mz & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ mx & - & y & & & = & m \end{array}$$

c) Resolve o sistema anterior para o caso $m = 0$.

<u>BLOQUE 2 (XEOMETRÍA)</u> *(Puntuación máxima 3 puntos)*

<u>Opción 1</u>. a) Dados os vectores $\vec{u} = (1, 0, -1)$, $\vec{v} = (1, 1, 0)$, calcula os vectores unitarios de $\mathbb{R}^3$ que son ortogonais ós dous vectores dados.

b) Sexa π o plano determinado polo punto $P(2, 2, 2)$ e os vectores $\vec{u} = (1, 0, -1)$, $\vec{v} = (1, 1, 0)$. Calcula o ángulo que forma o plano π coa recta que pasa polos puntos $O(0, 0, 0)$ e $Q(2, -2, 2)$.

c) Calcula o punto simétrico de $O(0, 0, 0)$ respecto do plano $x - y + z - 2 = 0$.

<u>Opción 2</u>. Os lados dun triángulo están sobre as rectas

$$r_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}; \qquad r_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases}; \qquad r_3: \begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

a) Calcula os vértices do triángulo. ¿É un triángulo rectángulo? Razoa a resposta

b) Calcula a ecuación do plano π que contén ó triángulo. Calcula a intersección do plano π cos eixes OX, OY e OZ.

<u>BLOQUE 3 (ANÁLISE)</u> *(Puntuación máxima 4 puntos)*

<u>Opción 1</u>. a) Calcula os valores de a e b para que a gráfica de $f(x) = ax + \dfrac{b}{x}$ teña un mínimo relativo no punto $\left(\dfrac{1}{2}, 4\right)$, Para eses valores de a e b, calcula: asíntotas e intervalos de crecemento e decrecemento de $f(x)$.

b) Calcula $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^2\ e^x}{\cos^2 x - 1}$

c) Definición de primitiva e integral indefinida dunha función. Enunciado da regra de Barrow.

<u>Opción 2</u>. a) Definición de función continua nun punto. ¿Que tipo de descontinuidade ten en x = 0 a función $f(x) = \dfrac{x^2}{x}$?

b) Un arame de 170 cm. de lonxitude divídese en dúas partes. Con unha das partes quérese formar un cadrado e coa outra un rectángulo de xeito que a base mida o dobre da altura. Calcula as lonxitudes das partes nas que se ten que dividir o arame para que a suma das áreas do cadrado e do rectángulo sexa mínima

c) Calcula a área do recinto limitado pola recta $y = 2 - x$; e a curva $y = x^2$.