

## MATEMÁTICAS

*(O alumno debe responder a catro preguntas. Unha soa pregunta de cada un dos catro bloques temáticos: Álgebra, Xeometría, Análise Matemática e Estatística. A puntuación máxima de cada pregunta é de 2,5 puntos.)*

**Álgebra** (responda a unha das dúas preguntas)

1. Considéranse dúas matrices A e B que verifican  $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$  e  $A - B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  Calcule a matriz  $A^2 - B^2$

2. Calcule, por transformacións elementales (sen empregar a regra de Sarrus) e xustificando os pasos, o determinante

$$\begin{vmatrix} 2+a & b & c \\ a & 2+b & c \\ a & b & 2+c \end{vmatrix}$$

**Xeometría** (responda a unha das dúas preguntas)

1. **A.** Definición de módulo dun vector. Propiedades.

**B.** Determine os valores de a e b,  $a > 0$ , para que os vectores  $\vec{v}_1 = (a,b,b)$ ,  $\vec{v}_2 = (b,a,b)$  e  $\vec{v}_3 = (b,b,a)$  sexan unitarios e ortogonales dous a dous.

2. **A.** Ángulo que forman unha recta e un plano.

**B.** Determine o ángulo que forman o plano  $\pi : x + 2y - 3z + 4 = 0$  e a recta r:  $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3y + 2z = 12 \end{cases}$

**Análise matemática** (responda a unha das dúas preguntas)

1. **A.** ¿Que é un punto de inflexión dunha función?

**B.** Ache a condición que debe cumprir  $\lambda$  para que o polinomio  $x^4 + x^3 + \lambda x^2$  sexa cóncavo nalgún intervalo. Determine o intervalo de concavidade en función de  $\lambda$ .

2. **A.** Enunciado e interpretación xeométrica do teorema de Bolzano.

**B.** ¿Pódese asegurar, empregando o teorema de Bolzano, que a función  $f(x) = \operatorname{tg}(x)$  ten unha raíz no intervalo

$\left[ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right]$ ? Razone a resposta. Esboce a gráfica de f nese intervalo.

**Nota:** tg denota a función tanxente.

**Estatística** (responda a unha das dúas preguntas)

1. Determine o valor de K para o que a función  $f(x) = \begin{cases} K \operatorname{sen}(x) & \text{se } x \in [0, \pi] \\ 0 & \text{noutro caso} \end{cases}$  sexa unha función de densidade.

Determine para ese valor de K a expresión da función de distribución e calcule a media da variable aleatoria que ten por función de densidade a f.

2. O 1% dos individuos dunha poboación supera os 185cm de estatura, mentras que o 3% non chega a 160cm.

Se se supón que a estatura segue unha distribución normal, calcule os parámetros desa distribución.

Nota: Pode ser útil saber que se Z é unha variable con distribución  $N(0,1)$ , entón  $P(Z \leq 2.33) = 0.99$  e

$P(Z \leq 1.89) = 0.97$ .

## MATEMÁTICAS

(O alumno debe responder a catro preguntas. Unha soa pregunta de cada un dos catro bloques temáticos: Álgebra, Xeometría, Análise Matemática e Estatística. A puntuación máxima de cada pregunta é de 2,5 puntos.)

### Álgebra (responda a unha das dúas preguntas)

1. Demostre que a matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  verifica unha ecuación do tipo  $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$ , determinando  $\alpha$  e  $\beta$

( $I$  denota a matriz identidade). Utilice este feito para calcular a inversa de  $A$ .

2. Discuta e interprete xeométricamente, según o parámetro  $a$  o sistema de ecuacións:

$$\begin{aligned} 3x - y &= ax \\ 5x + y + 2z &= ay \\ 4y + 3x &= az \end{aligned}$$

### Xeometría (responda a unha das dúas preguntas)

1. A. ¿Que significa xeométricamente que tres vectores do espacio tridimensional sexan linealmente dependentes?

B. Dados os vectores  $\vec{u}_1 = (1,2,1)$ ,  $\vec{u}_2 = (1,3,2)$ ,  $\vec{v}_1 = (1,1,0)$  e  $\vec{v}_2 = (3,8,5)$ , demostre que os vectores  $\vec{u}_1$  e  $\vec{u}_2$  dependen linealmente dos vectores  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ . Determine a ecuación xeral do plano que pasa pola orixe e contén os vectores  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ , e determine a posición relativa dos vectores  $\vec{u}_1$  e  $\vec{u}_2$  respecto a ese plano.

2. A. Definición de produto escalar de dous vectores. Interpretación xeométrica.

B. Determine a ecuación que satisfacen os vectores ortogonales á recta  $r: \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + 3z = 0 \end{cases}$ . Interprete xeométricamente o resultado obtido.

### Análise matemática (responda a unha das dúas preguntas)

1. Dada a parábola  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , determine os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  sabendo que  $f$  ten un máximo no punto de abscisa  $x = -\frac{1}{2}$  e a recta tanxente a  $f$  no punto  $(1,3)$  é  $y = -3x + 6$ .

2. Determine a área da rexión limitada pola gráfica da función  $f(x) = x^2 + x + 5$ , o eixe OX e as rectas  $x = -\frac{1}{2}$  e  $y = x + 6$ .

### Estatística (responda a unha das dúas preguntas)

1. A. ¿Cando unha distribución normal se considera unha aproximación aceptable dunha distribución binomial?

B. A distribución normal  $N(32,4)$  é unha boa aproximación para a distribución binomial de parámetros:

(a)  $n=32, p=4$       (b)  $n=32, p=\frac{1}{2}$       (c)  $n$  calquera,  $p=q$       (d)  $n=64, p=\frac{1}{2}$

Escolla unha das catro opcións anteriores e xustifique a súa resposta.

2. A. Propiedades da función de distribución dunha variable aleatoria continua.

B. A función  $F(X) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ k(x^2 - 1) & 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases}$ , ( $k \in \mathbb{R}$ ), é función de distribución de certa variable continua  $X$ , se:

(a)  $k < 0$ ,      (b)  $k = 1$ ,      (c)  $k = \frac{1}{8}$ ,      (d) nunca.

Elixa unha das opcións anteriores e xustifique a súa resposta.