CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAAU (LOXSE) Código: 21
XUÑO 2001

MATEMÁTICAS

(O alumno debe responder a catro preguntas. Unha soa pregunta de cada un dos catro bloques temáticos: Álxebra, Xeometría, Análise Matemática e Estatística. A puntuación máxima de cada pregunta é de 2,5 puntos.)

Álxebra (responda a unha das dúas preguntas)

1\. A. Propiedades do producto de matrices (só enuncialas).

B. Sexan $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $N = M + I$, donde I denota a matriz identidade de orde n, calcule N^2 e M^3.

¿Son M ou N inversibles? Razoe a resposta.

2\. A. Propiedades dos determinantes (só enuncialas).

B. Sexan F_1, F_2, F_3 e F_4 as filas dunha matriz cadrada P de orde 4 x 4, tal que o seu determinante vale 3. Calcule razoadamente o valor do determinante da inversa de P, o valor do determinante da matriz αP, donde α denota un número real non nulo, e o valor do determinante da matriz tal que as súas filas son $2F_1 - F_4$, F_3 . $7F_2$ e F_4.

Xeometría (responda a unha das dúas preguntas)

1\. A. ¿En que posición relativa poden estar tres planos no espacio que non teñen ningún punto en común?

B. Determine a posición relativa dos planos $\pi: x - 2y + 3z = 4$, $\sigma: 2x + y + z + 1 = 0$ e $\varphi: -2x + 4y - 6z = 0$.

2\. A. Ángulo que forman dúas rectas.

B. Determine o ángulo que forman a recta r, que pasa polo punto $(1, -1, 0)$ e tal que o seu vector director é $\vec{v} = (-2, 0, 1)$, e a recta s de ecuación: $\frac{x-7}{4} = \frac{y+6}{4} = \frac{z}{2}$

Análise matemática (responda a unha das dúas preguntas)

1\. Sabendo que P(x) é un polinomio de terceiro grao cun punto de inflexión en (1, 0) e con $P'''(1) = 24$ donde, ademáis, a tanxente ó polinomio nese punto é horizontal, calcule $\int_{-1}^{0} P(x)\,dx$.

2\. Dadas $f(x) = \frac{x - |x|}{2}$ e $g(x) = \begin{cases} 3x & x \leq 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$, calcule $\int_{-1}^{0} x^2 (g \circ f)(x)\,dx$. ($g \circ f$ denota a composición desas funcións).

Estatística (responda a unha das dúas preguntas)

1\. Un vendedor de coches estima as seguintes probabilidades para o número de coches que vende nunha semana:

Número de coches	0	1	2	3	4
Probabilidade	0.22	0.35	0.25	0.1	0.08

Calcule o número esperado de coches que venderá nunha semana. Se o vendedor recibe un salario semanal de 25.000 pesetas, máis 25.000 pesetas adicionais por cada coche vendido, ¿Cal é a probabilidade de que unha semana o seu salario sexa inferior a 100.000 pesetas no suposto de que se saiba que é superior a 25.000 pesetas?

2\. A vida útil dunha marca de lámpadas segue unha distribución normal de media 1.200 horas de desviación típica 250 horas. ¿Que proporción de lámpadas tén un tempo de vida inferior a 1.050 horas?, ¿que proporción de lámpadas tén un tempo de vida superior a 1.350 horas? Explique brevemente o porqué da relación entre os resultados. ¿Que proporción de lámpadas tén un tempo de vida entre 1.050 e 1.350 horas? Pode ser útil saber que si Z é unha variable con distribución $N(0, 1)$, entón $P(Z < 0.6) = 0.7257$.

MATEMÁTICAS

(O alumno debe responder a catro preguntas. Unha soa pregunta de cada un dos catro bloques temáticos: Álxebra, Xeometría, Análise Matemática e Estatística. A puntuación máxima de cada pregunta é de 2,5 puntos.)

Álxebra (responda a unha das dúas preguntas)

1. Calcule α para que o seguinte sistema homoxéneo teña máis solucións que a trivial. Resólvao para dito valor de α e dea unha interpretación xeométrica do sistema de ecuacións e da súa solución.

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 0 \\ 2x + y - \alpha z &= 0 \\ x - y - z &= 0 \end{aligned}$$

2. Calcule os valores do parámetro α para os que a matriz M non ten inversa. Calcule a matriz inversa de M para $\alpha = 2$, se é posible.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \alpha & 3 \\ 4 & 1 & -\alpha \end{pmatrix}$$

Xeometría (responda a unha das dúas preguntas)

1. A. Sexan $\vec{u}$ e $\vec{v}$ dous vectores. Comprobe que se $(\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} - \vec{v}) = 0$ entón $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.
B. Calcule os vectores unitarios que sexan perpendiculares ós vectores $\vec{u} = (-3, 4, 1)$ e $\vec{v} = (-2, 1, 0)$.

2. A. Definición de distancia mínima entre dúas rectas no espacio. Casos posibles.
B. Calcule a distancia entre as rectas r e s, donde r ten por ecuacións ($r : x = 3y = 5z$) e a recta s pasa polos puntos $A = (1, 1, 1)$ e $B = (1, 2, -3)$.

Análise matemática (responda a unha das dúas preguntas)

1. A. ¿Pode haber dúas funcións distintas que teñan igual función derivada? Se a resposta é afirmativa, poña un exemplo. Se, polo contrario, a resposta é negativa, razónea.
B. Calcule a derivada da función $f(x) = |x - 2|$ en $x = 2$, se é posible. Represente a gráfica da función e, sobre ela, razoe a súa resposta.

2. A. Enunciado do Teorema do Valor Medio do Cálculo Integral.
B. Sexan f e g, dúas funcións continuas, definidas no intervalo $[a, b]$, que verifican que $\int_a^b f = \int_a^b g$. Demostre que existen $\alpha, \beta \in [a, b]$ tales que $f(\alpha) = g(\beta)$.

Estatística (responda a unha das dúas preguntas)

1. O tempo, en horas, que tarda un autobús en facer o percorrido entre dúas cidades é unha variable aleatoria con función de densidade: $f(x) = 0'3\,(3x - x^2)$ se $x \in [1, 3]$ (e cero noutro caso).
(a) Calcule o tempo medio que tarda en facer o traxecto.
(b) Calcule a probabilidade de que a duración dun traxecto sexa inferior a dúas horas se se sabe que é superior a unha hora e media.

2. Un saltador de lonxitude salta unha media de 8 metros con desviación típica de 20 cm. Para poder ir á próxima olimpiada é necesario ter unha marca de 8'30 metros, ¿Que probabilidade ten de conseguir esta marca nun salto? E, ¿cal é esta probabilidade se realiza dez saltos?

NOTA: Pode ser útil saber que se Z é unha variable con distribución $N(0,1)$, entón $P(Z < 1'5) = 0'93$.